

Таблица 1

Исходные данные и результаты предварительных расчетов для регрессии

$$HSh = f(1/R)$$

$R, \text{ мм}$	$1/R$ (x)	HSh (y)	x^2	y^2	xy	$x+y$	$(x+y)^2$
1	2	3	4	5	6	7	8
10		67					
20		56					
30		55					
40		48					
50		49					
60		46					
70		48					
80		44					
90		46					
100		43					

Таблица 2

Исходные данные и результаты предварительных расчетов для регрессии

$$HSh = f(\ln R)$$

$\ln R$ (x)	HSh (y)	x^2	y^2	xy	$x+y$	$(x+y)^2$
1	2	3	4	5	6	7
	67					
	56					
	55					
	48					
	49					
	46					
	48					
	44					
	46					
	43					

Составил профессор Соценко О.В. Утверждено на заседании кафедры литейного производства (Протокол № 19 от 4.03.98)

Практическая работа № 12

по дисциплинам научной подготовки литейщиков

ПОСТРОЕНИЕ НЕЛИНЕЙНОЙ РЕГРЕССИОННО-КОРРЕЛЯЦИОННОЙ МОДЕЛИ ТЕХНОЛОГИЧЕСКОГО ПРОЦЕССА

1. Краткий методический комментарий и расчетный аппарат

Построение нелинейной регрессионно-корреляционной модели технологического процесса также как и в случае линейной модели состоит в установлении уравнения регрессии между случайными величинами, аргументами X и функцией Y , оценке тесноты линейной связи между ними, а также достоверности полученной модели и адекватности ее результатам измерений. Различие состоит в том, что в случае нелинейной модели применяют приемы линеаризации, т. е. замену одной или обеих переменных аналогично тому, как это осуществляется в процедуре подбора эмпирических формул.

1.1. Для “ручной” реализации метода, т.е. без использования персональных компьютеров, целесообразно исходные данные, результаты промежуточных и проверочных вычислений занести в таблицы, формы которых представлены на стр. 4. Исходные данные заносят в столбцы 1 и 3 таблицы 1. Результаты предварительных расчетов записывают в столбцы 2,4 ... 6. Столбцы 7 и 8 таблицы 1 заполняют для проверки правильности вычислений, т.к. итог 8-го столбца должен быть равен сумме итогов 4-го, 5-го и удвоенной суммы 6-го столбцов (“квадрат суммы”!). Аналогичную проверку выполняют и для таблицы 2.

$$\Sigma(x+y)^2 = \Sigma x^2 + \Sigma y^2 + 2\Sigma xy \quad (1)$$

1.2. Используя предварительно выполненные в таблицах 1 и 2 вычисления, находят средние значения и среднеквадратические отклонения переменных по формулам (1а), а затем рассчитывают коэффициент корреляции по формуле (2)

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i}{n}; \quad \bar{y} = \frac{\sum y_i}{n}; \quad \sigma_x = \sqrt{\frac{\sum x_i^2}{n} - \bar{x}^2}; \quad \sigma_y = \sqrt{\frac{\sum y_i^2}{n} - \bar{y}^2}; \quad (1a)$$

$$r = \frac{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i y_i) - \bar{x} \bar{y}}{\sigma_x \sigma_y} \quad (2)$$

В формуле (2) числитель представляет собой разность среднего арифметического произведения сопряженных пар независимой и зависимой переменных x_i, y_i и произведения средних арифметических этих же переменных.

1.3. Прежде, чем приступить к выводу уравнения регрессии, необходимо оценить достоверность анализируемой корреляционной зависимости. Для этого определяют случайную среднюю квадратическую ошибку коэффициента корреляции (при больших n , т.е. превышающих 25 ... 30 пар переменных)

$$\sigma_r = \frac{1 - r^2}{\sqrt{n}} \quad (3)$$

Критерий надежности коэффициента корреляции рассчитывают по формуле

$$\mu = \frac{|r|}{\sigma_r} \quad (4)$$

Если $\mu \geq 2,6$, то связь между рассматриваемыми факторами считается достоверной с уровнем значимости 0,01 или доверительной вероятностью 0,99.

1.4. Уравнение регрессии, которое позволяет вычислять наиболее вероятные значения зависимой переменной при заданном значении независимой переменной, можно рассчитать, используя следующие соотношения

$$y = \bar{y} + c(x_i - \bar{x}); \quad c = r \frac{\sigma_y}{\sigma_x} \quad (5)$$

Среднюю квадратическую ошибку вычисления y по уравнению регрессии находят по формуле

$$S_y = \sigma_y \sqrt{1 - r^2} \quad (6)$$

В окончательном общем виде уравнение регрессии имеет вид

$$y = b_0 + b_1 x \pm S_y, \quad (7)$$

где b_0 и b_1 вычисляют по формулам (5) после подстановки в них числовых значений и приведения подобных членов уравнения.

2. Постановка задачи, варианты индивидуальных заданий и выводы

В таблице 1 приведены результаты измерения твердости чугуна в радиальном сечении прокатного вала. R - удаление точки измерения твердости от рабочей поверхности вала и соответствующее значение твердости по Шору - HSh . Здесь же предложен вариант линеаризации заведомо нелинейной зависимости $HSh = f(R)$ с помощью замены переменной R на $1/R$. В таблице 2 предлагается другой вариант линеаризации с использованием замены переменной R на $\ln R$.

Необходимо:

- в координатах $HSh = f(1/R)$ и $HSh = f(\ln R)$ построить корреляционные поля по данным таблиц 1 и 2 с учетом изменения исходных данных в соответствии с индивидуальным вариантом задания;
- оценить тесноту корреляционной связи для обеих зависимостей;
- найти уравнения регрессии и нанести на корреляционные поля линии регрессии с указанием полей ошибок в виде двух пунктирных линий над и под линиями регрессии с интервалами $\pm S_y$.
- сопоставить результаты и сделать краткие конкретные выводы по работе.

Варианты индивидуальных заданий студенты определяют самостоятельно, прибавляя к значениям твердости в табл. 1 и 2 свой номер по журнальному списку. Например, студенту под номером 3 вместо значений твердости 67, 56, 55... в столбце 3 таблицы 1 и столбце 2 таблицы 2 следует записать 70, 59, 58, ... Выход значений твердости за реальные для чугуна пределы при больших номерах вариантов принципиального значения для условий учебного примера не имеет.